

高校 数学Ⅰ・Ⅱ

公式・典型問題

学習プリント

定期テスト対策 教科書～傍用問題集レベル

— 解答入り版 —

【 】の中が答えです。赤い下じきを当てると消えるので、
買ってすぐ、そのまま公式チェック・解法チェックに使えます。

各章は「公式・要点」→「典型問題」→「確認」の順です。

典型問題は、定期テストで必ず出る型だけを厳選しました。

目次

■ 数 学 I

第1章 数と式

第2章 集合と命題

第3章 2次関数

第4章 図形と計量（三角比）

第5章 データの分析

■ 数 学 A

第6章 場合の数と確率

第7章 図形の性質

第8章 数学と人間の活動（整数の性質）

■ 巻末資料

巻末資料① 公式総まとめ

巻末資料② 定期テストでのミス集

◆この冊子の使い方

- ・【 】の中が答えです。赤い下じきを当てると消えるので、くり返し確認できます。
- ・「書きこみ用」は同じ内容が空らんになっています。公式は「書いて覚える」、典型問題は「途中式を自分で埋める」ことで身につきます。
- ・各章はまず「公式・要点」で公式を穴埋めし、「典型問題」で公式の使い方を確認します。例題は定期テストで出題頻度の高い型を、教科書の順に並べてあります。
- ・解答の【 】は「ここが書ければ正解できる」という急所です。空らの直前で手を止めて、自分で考えてから答えを見てください。
- ・「ポイント」は解き方の要点、「発展」は教科書の章末・傍用問題集の応用レベルです。まず「発展」以外を確実にしましょう。
- ・各章末の「◆確認」は、答えを見ないで説明できるかをためすための問いです。
- ・巻末の「公式総まとめ」は、テスト直前に通して確認するためのものです。

第1章 数と式

■ 1 式の展開の公式

- $(a+b)^2 = \mathbf{[a^2 + 2ab + b^2]}$, $(a-b)^2 = \mathbf{[a^2 - 2ab + b^2]}$
- $(a+b)(a-b) = \mathbf{[a^2 - b^2]}$
- $(x+a)(x+b) = \mathbf{[x^2 + (a+b)x + ab]}$
- $(ax+b)(cx+d) = \mathbf{[acx^2 + (ad+bc)x + bd]}$
- $(a+b+c)^2 = \mathbf{[a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca]}$
- $(a+b)^3 = \mathbf{[a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3]}$, $(a-b)^3 = \mathbf{[a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3]}$
- $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = \mathbf{[a^3 + b^3]}$, $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = \mathbf{[a^3 - b^3]}$

ポイント 展開は「置きかえ」が基本。 $x^2 + x$ のような共通のかたまりを A とおくと公式が使える。

■ 2 因数分解の公式

- $a^2 + 2ab + b^2 = \mathbf{[(a+b)^2]}$, $a^2 - b^2 = \mathbf{[(a+b)(a-b)]}$
- $x^2 + (a+b)x + ab = \mathbf{[(x+a)(x+b)]}$
- $acx^2 + (ad+bc)x + bd = \mathbf{[(ax+b)(cx+d)]}$ …… **【たすきがけ】**
- $a^3 + b^3 = \mathbf{[(a+b)(a^2 - ab + b^2)]}$, $a^3 - b^3 = \mathbf{[(a-b)(a^2 + ab + b^2)]}$
- 因数分解の手順：① **【共通因数】** をくくり出す ② **【公式】** に当てはめる ③ 複数の文字があれば **【次数の最も低い】** 文字について整理する。

■ 3 実数・絶対値・平方根

- 実数は **【有理数】** と **【無理数】** に分けられる。有理数は整数 m , n ($n \neq 0$) を用いて $\frac{m}{n}$ と表せる数で、小数で表すと **【有限】** 小数か **【循環】** 小数になる。
- 絶対値： $a \geq 0$ のとき $|a| = \mathbf{[a]}$, $a < 0$ のとき $|a| = \mathbf{[-a]}$
- $\sqrt{a^2} = \mathbf{[|a|]}$ ($a < 0$ のときは $-a$ になることに注意)
- $a > 0$, $b > 0$ のとき $\sqrt{a}\sqrt{b} = \mathbf{[\sqrt{ab}]}$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \mathbf{[\sqrt{\frac{a}{b}}]}$, $\sqrt{a^2b} = \mathbf{[a\sqrt{b}]}$
- 分母の有理化： $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ は分母・分子に **【 $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ 】** を掛ける。
- 2重根号： $a > b > 0$ のとき $\sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}} = \mathbf{[\sqrt{a}+\sqrt{b}]}$, $\sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}} = \mathbf{[\sqrt{a}-\sqrt{b}]}$
- 対称式： $x+y$ と xy で表せる。 $x^2+y^2 = \mathbf{[(x+y)^2 - 2xy]}$, $x^3+y^3 = \mathbf{[(x+y)^3 - 3xy(x+y)]}$

■ 4 1次不等式

- 不等式の両辺に同じ **【負】** の数を掛けたり割ったりすると、不等号の向きが **【逆】** になる。
- 連立不等式の解は、それぞれの解の **【共通範囲】** 。数直線をかいて確かめる。

- ・絶対値を含む不等式 ($c > 0$) : $|x| < c \Leftrightarrow \text{【} -c < x < c \text{】}$, $|x| > c \Leftrightarrow \text{【} x < -c, c < x \text{】}$
- ・絶対値を含む方程式 : $|x| = c \Leftrightarrow x = \text{【} \pm c \text{】}$

■ 5 典型問題

例題1 次の式を展開せよ。 (1) $(x + 2y - 3)^2$ (2) $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$

$$\begin{aligned} (1) \quad & x + 2y = A \text{ とおくと } (A - 3)^2 = A^2 - 6A + 9 \\ & = (x + 2y)^2 - 6(x + 2y) + 9 = \text{【} x^2 + 4xy + 4y^2 - 6x - 12y + 9 \text{】} \\ (2) \quad & (x - 1)(x + 1) = x^2 - 1 \text{ だから, } (x^2 - 1)(x^2 + 1) = \text{【} x^4 - 1 \text{】} \end{aligned}$$

例題2 次の式を因数分解せよ。 (1) $6x^2 + x - 2$ (2) $x^2 - y^2 + 4y - 4$ (3) $x^2 + 3xy + 2y^2 + 2x + 5y - 3$

$$\begin{aligned} (1) \quad & \text{たすきがけ。} 6 = 2 \times 3, -2 = 2 \times (-1) \text{ で } 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 1 \text{ より } \text{【} (2x - 1)(3x + 2) \text{】} \\ (2) \quad & x^2 - (y^2 - 4y + 4) = x^2 - (y - 2)^2 = \text{【} (x + y - 2)(x - y + 2) \text{】} \\ (3) \quad & x \text{ について整理 : } x^2 + (3y + 2)x + (2y^2 + 5y - 3) \\ & \text{定数項を因数分解すると } 2y^2 + 5y - 3 = (2y - 1)(y + 3), \text{ 和は } 3y + 2 \text{ に一致するので} \\ & = \text{【} (x + 2y - 1)(x + y + 3) \text{】} \end{aligned}$$

ポイント 文字が2つ以上の式は「次数の低い文字で整理」。定数項を先に因数分解し、和が x の係数になる組を探す。

例題3 $x = \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}, y = \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ のとき, $x + y, xy, x^2 + y^2$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} & \text{有理化して } x = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3} = \text{【} \sqrt{5} + \sqrt{3} \text{】}, y = \text{【} \sqrt{5} - \sqrt{3} \text{】} \\ x + y &= \text{【} 2\sqrt{5} \text{】}, xy = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = \text{【} 2 \text{】} \\ x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy = 20 - 4 = \text{【} 16 \text{】} \end{aligned}$$

例題4 $\sqrt{7+2\sqrt{10}}$ と $\sqrt{8-\sqrt{60}}$ の2重根号をはずせ。

$$\begin{aligned} 7 + 2\sqrt{10} : & \text{和が7, 積が10になる2数は5と2だから } \sqrt{7+2\sqrt{10}} = \text{【} \sqrt{5} + \sqrt{2} \text{】} \\ \sqrt{60} = 2\sqrt{15} \text{ より } 8 - 2\sqrt{15} : & \text{和が8, 積が15} \rightarrow 5 \text{ と } 3. \sqrt{8-\sqrt{60}} = \text{【} \sqrt{5} - \sqrt{3} \text{】} \text{ (大きい方から引く)} \end{aligned}$$

例題5 $\sqrt{7}$ の整数部分を a , 小数部分を b とするととき, $a, b, b^2 + 4b$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} 2 < \sqrt{7} < 3 \text{ より } a &= \text{【} 2 \text{】}, b = \sqrt{7} - a = \text{【} \sqrt{7} - 2 \text{】} \\ b^2 + 4b &= (b + 2)^2 - 4 = (\sqrt{7})^2 - 4 = \text{【} 3 \text{】} \end{aligned}$$

ポイント 小数部分は「もとの数－整数部分」。 $b^2 + 4b$ は $(b + 2)^2 - 4$ と変形すると $b + 2 = \sqrt{7}$ が使える。